ce qui montre que FGHI est un parallélogramme **(1)**

Aussi on a : $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\sqrt{2}a\\0\\0\end{pmatrix}\bullet\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}0\\2-\sqrt{2}a\\0\end{pmatrix}=0$

Donc (FI) et (FG) sont perpendiculaires **(2)**

D'après **(1)** et **(2)** : FGHI est un rectangle

● a) $a\in\left[0,\sqrt{2}\right]\Rightarrow 2-\sqrt{2}.a>0$

$\Rightarrow FG=\left|2-\sqrt{2}a\right|=2-\sqrt{2}a$ et $IF=\sqrt{2}a$

d'où $P(a)=2\times(FG+IF)=2\times(2-\sqrt{2}a+\sqrt{2}a)=4$

$\Rightarrow \boxed{P(a)=4}$

$S(a)=FG\times IF=(2-\sqrt{2}a)\times\sqrt{2}a=2\times(\sqrt{2}a-a^2)$

$\Rightarrow\boxed{S(a)=2\times(\sqrt{2}a-a^2)}$

b) Posons $S(x)=2(\sqrt{2}x-x^2)$

On a : $S'(x)=2\times(\sqrt{2}-2x)$

x	0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\sqrt{2}$
S'(x)		+	0	−	
S(x)	0	↗	1	↘	0

S (a) admet un maximum en $\frac{\sqrt{2}}{2}$ atteint 1

Remarque : pour cette valeur de a FGHI est un carré

Exercice n° 20

●

$\overrightarrow{n_P}\begin{pmatrix}3\\-2\\5\end{pmatrix}$:vecteur normal de P

$\overrightarrow{n_Q}\begin{pmatrix}2\\-3\\2\end{pmatrix}$:vecteur normal de Q

$\left.\begin{array}{l}\\\\\end{array}\right\}\frac{3}{2}\neq\frac{-2}{-3}$

$\Rightarrow \overrightarrow{n_P}$ et $\overrightarrow{n_Q}$ non colinéaires d'ou P et Q sont sécants suivant une droite D

●

a)

$a\times(3x-2y+5y-1)+b\times(2x-3y+2z-2)=0$

$\Leftrightarrow$

$(3a+2b)x-(2a+3b)y+(5a+2b)z-(a+2b)=0$

Comme a et b non tous nuls alors :

$(3a+2b)x-(2a+3b)y+(5a+2b)z-(a+2b)=0$ est l'équation cartésienne d'un plan F_{ab}

$M(x,y,z)\in P\cap Q\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y+5z-1=0\ (1)\\2x-3y+2z-2=0\ (2)\end{cases}$

$\Rightarrow a\times(1)+b\times(2)=0$

$\Rightarrow M\in plan\ F$

Conclusion :

$a\times(3x-2y+5y-1)+b\times(2x-3y+2z-2)=0$ **est l'équation cartésienne d'un plan F_{ab} contenant tout point M (x, y, z) $\in P\cap Q$ donc contenant la droite D**

b) D'après la question 2) a) tout plan ayant une équation cartésienne de la forme :

$a\times(3x-2y+5y-1)+b\times(2x-3y+2z-2)=0$

contient la droite D;et pour qu'il contient le point I (2, 5, 0) il suffit que: a(6-10+0-1)+b(4-15+0-2)=0

$\Rightarrow -5a-13b=0\Rightarrow$ Par exemple pour a = 13 et b = − 4 d'ou :

$R: 13\times(3x-2y+5z-1)+(-5)\times(2x-3y+2z-2)=0$

$\Rightarrow\boxed{R: 29x-11y+55z-3=0}$

● S d'ou une équation cartésienne de S

d'après 2) a) pour (a, b) ≠ (0,0) :

$S: (3a+2b)x-(2a+3b)y+(5a+2b)z-(a+2b)=0$ *est un plan contenant D ;*

Pour que S et P soient perpendiculaires il suffit que le produit scalaire de leurs vecteurs normaux soitt nul ce qui donne

$\overrightarrow{n_S}\bullet\overrightarrow{n_P}=\begin{pmatrix}3\\-2\\5\end{pmatrix}\bullet\begin{pmatrix}3a+2b\\-2a+3b\\5a+2b\end{pmatrix}=0$

$\Rightarrow 9a+6b+4a+6b+25a+10b=0$

$\Rightarrow 19a+11b=0\Rightarrow 19a=-11b$

Donc pour a=11 et b=-19 S et P sont perpendiculaires

D'ou : $\boxed{S: -5x+35y+17z+27=0}$

4)a) **rectifier (I au lieu de A)**

• $d(I,P)=\frac{|6-10+0-1|}{\sqrt{9+4+25}}=\frac{5}{\sqrt{38}}$

• $d(I,S)=\frac{|-10+175+0+27|}{\sqrt{5^2+35^2+17^2}}=\frac{192}{\sqrt{1539}}=\frac{192}{9\sqrt{19}}$

$\Rightarrow\boxed{d(I,S=\frac{64}{3\sqrt{19}}}$

Qarray.tn -Aqra Bledi Qarray.tn